XIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Регионалeн eтап

6 февруари 2021г.

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 клас***

***Втори ден***

**6.** Ще наричаме *ъгълче* квадрат 2×2 без едно от полетата му, като полето, имащо обща страна с другите две, ще наричаме *централно за ъгълчето*. Съществува ли фигура, очертана по линиите на квадратна мрежа, която може да се разбие на ъгълчета по три начина така, че всяко поле да се окаже централно за ъгълчето си при някое разбиване?

**7.** Точка *M* е среда на страната *AC* на равностранния триъгълник *ABC*. Точки *P* и *R* са съответно на отсечките *AM* и *BC*, като *AP*=*BR*. Намерете сбора на ъглите *ARM*, *PBM* и *BMR*.

**8.** Сашо разрязва квадрат със страна 2 на 2020 части чрез отсечки, свързващи точки от периметъра му. Докажете, че Димо може да изреже кръгче от всяка част, така че сборът от радиусите на кръгчетата да е поне 1.

**9.** Дадено е естествено число *n*>2. Докажете, че ако числото *n*!+*n*3+1 е просто, то *n*2+2 може да се запише като сбор на две прости числа.

**10.** В квадратнa таблицa 2021×2021 са записани естествени числа. На всеки ход се избира линия (ред или стълб) и се извършва едно от действията:

1) Числата по линията се увеличават с 1.

2) Избира се естествено число и числата по линията се разделят на него.

Може ли с такива ходове да направим всички числа в таблицата равни на 1?